TEMA 0. INTRODUCCIÓN

0.1 Magnitudes fundamentales de la Física

MAGNITUDES FÍSICAS

a. **Magnitudes básicas**
b. **Magnitudes derivadas**
c. **Magnitudes suplementarias**

MEDIDAS

UNIDADES

a. **Sistema internacional de unidades**
b. **Unidades del sistema internacional de unidades**

DIMENSIONES

MAGNITUDES FÍSICAS

Se llama magnitud Física a todo aquello que se puede medir.
Cada Magnitud Física se puede considerar formada por un número y una unidad.
Medir es comparar con un patrón.

Tipos de magnitudes:

Básicas
Derivadas
Suplementarias

Las magnitudes físicas relativas quedan definidas por un número.

a. Magnitudes básicas

Son unas pocas que se eligen de tal forma que todas las demás se pueden expresar como combinaciones matemáticas de éstas.

Longitud	l
Masa	m
Tiempo	t
Corriente eléctrica	I
Temperatura Termodinámica	T
Cantidad de sustancia	n
Intensidad luminosa	I_v

b. Magnitudes derivadas

Se consideran derivadas de las básicas mediante fórmulas matemáticas.

Superficie = longitud x longitud
Velocidad = longitud / tiempo
Carga eléctrica = intensidad x tiempo

c. Magnitudes suplementarias

Son el ángulo plano y el ángulo sólido.
Son magnitudes adimensionales.

Ángulo plano = arco / radio
Ángulo sólido = superficie / r^2

MEDIDAS

Medir es comparar con un patrón.
Para que se pueda efectuar una medida es necesario disponer de 2 elementos.

El sistema que se pretende medir.
Un instrumento de medida que lleve incluido el patrón a utilizar.

El proceso de medida es imperfecto debido a las deficiencias experimentales y a los instrumentos de medida.
El concepto de error surge como necesario para dar fiabilidad a las medidas efectuadas.

UNIDADES

Las unidades son los patrones que se eligen para poder efectuar medidas.
La elección de las unidades es arbitraria.
Para evitar confusiones se necesita un entendimiento entre todos.
La adopción de una unidad para cada magnitud fundamental constituye un sistema de unidades.
Podemos hablar de 3 comúnmente aceptados:

Cegesimal. C.g.s. Centímetro, gramo y segundo.
Internacional. M.k.s. Metro, kilogramo y segundo.
Técnico.

El más extendido es el Sistema Internacional de Unidades.

a. Sistema internacional de unidades

Magnitud	Unidad	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	Kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	amperio	A
Temperatura Ter.	Kelvin	K
Cantidad de substancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	Cd

b. Unidades del sistema internacional de unidades

Metro. Es la longitud igual a 1650763.73 longitudes de onda en el vacío de la radiación correspondiente a la transición 2p10 5d5 del átomo de criptón 86.
Kilogramo. Es la masa del prototipo internacional del Kilogramo.
Segundo. Es la duración de 9192631770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los niveles hiperfinos del estado fundamental del cesio 133.
Amperio. Es la corriente que circulando por dos conductores infinitos y de sección despreciable, colocados en el vacío a la distancia de 1 metro y paralelos, sufren una fuerza de 2×10^{-7} N por metro de longitud.
Kelvin. Es la fracción 1 / 273.16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.
Mol. Es la cantidad de substancia de un sistema que contiene tantas entidades como átomos de carbono hay en 0.012 Kg de carbono 12.

MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS DEL SI

deci	10^{-1}
centi	10^{-2}
mili	10^{-3}
micro	10^{-6}
nano	10^{-9}
pico	10^{-12}
femto	10^{-15}
atto	10^{-18}
deca	10^{1}
hecto	10^{2}

kilo	10^3
mega	10^6
giga	10^9
tera	10^{12}
peta	10^{15}
exa	10^{18}

DIMENSIONES

A las 7 magnitudes fundamentales les asociamos el concepto de dimensión.

Longitud L , Masa M, Tiempo T, etc.

Cualquier magnitud derivada es una relación matemática entre las magnitudes fundamentales.

A las magnitudes derivadas se les asocia la dimensión que resulta de las dimensiones y de los exponentes con los que intervienen las magnitudes fundamentales. Así:

$$F = m\,a \qquad [F] = [m]\,[a] = M\,L\,T^{-2}$$

$$[a] = [\,l\,] / [\,t\,]^2 = L\,T^{-2}$$

0.2 Magntiudes escalares y vectoriales

Vectores

Matemáticamente es un elemento de un espacio vectorial.

Los vectores de interés en física son elementos de un espacio vectorial (R^3) y pueden representar a magnitudes que necesitan determinar su:

- Intensidad ó Módulo
- Dirección
- Sentido

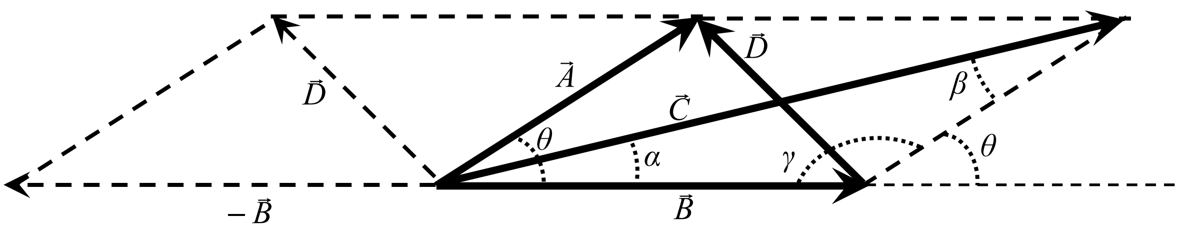
Gráficamente se representan por un segmento orientado. La longitud del segmento representa el valor numérico de la intensidad, la recta que soporta el segmento su dirección y la flecha en uno de sus extremos su sentido.

LOS VECTORES TIENEN UNIDADES SEGÚN LA MAGNITUD QUE DESCRIBE SU INTENSIDAD

Escalares
Matemáticamente es un elemento de un cuerpo.
Físicamente los escalares de interés son los números reales. Su álgebra es la de las operaciones aritméticas entre números reales. Representan a magnitudes que quedan perfectamente definidas con un solo número y sus unidades. PUEDEN NO TENER UNIDADES (como ocurre en los coeficientes).

0.3 Álgebra de vectores

a) Suma y Resta



$\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$ (Diagonal mayor del paralelogramo)
$\vec{A}-\vec{B}=\vec{D}$ (Diagonal menor del paralelogramo; Notar que también se cumple $\vec{A}+\left(-\vec{B}\right)=\vec{D}$. La flecha apunta en el sentido del primer vector por lo que la resta de vectores no es conmutativa.)

Para obtener los módulos se puede aplicar:

- El teorema del coseno
  $$D^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$$
  $$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\gamma = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$$
  $$(\theta = 180 - \gamma)$$

- El teorema del seno:

$$\frac{A}{\sin\alpha} = \frac{B}{\sin\beta} = \frac{C}{\sin\gamma}$$

Si los vectores están expresados en coord. cartesianas, lo más cómodo es sumar (o restar) componente a componente.

b) Producto escalar (también llamado producto punto (dot product, en inglés)):

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = C$$

(ojo: C, resultado del producto escalar, es un escalar)

En componentes:

Si tenemos $\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$

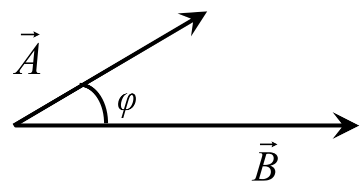
$\vec{B} = \vec{B}_x + \vec{B}_y + \vec{B}_z = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$

en la base ortonormal ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$), se cumple:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \left(a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\right) \cdot \left(b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}\right) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = C$$

Geométricamente, el producto escalar representa el producto del módulo de la proyección de $\vec{A}$ (es decir, $\left|\vec{A}\right| \cos\varphi$) por el módulo de $\vec{B}$.

$C = \left|\vec{A}\right| \cdot \left|\vec{B}\right| \cos\varphi$



Si φ = 90º (es decir, $\vec{A} \perp \vec{B}$) $\Rightarrow$ $C = 0$, por tanto el producto escalar de dos vectores perpendiculares es nulo.

El producto escalar es conmutativo $\Rightarrow$ $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A} = C$

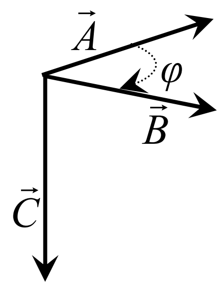
c) Producto vectorial (también llamado producto cruz (cross product, en inglés)):

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{C}$$

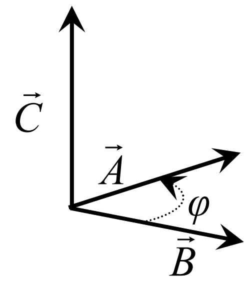
El resultado $\vec{C}$ de este producto es un vector cuya dirección es perpendicular al plano formado por $\vec{A}$ y $\vec{B}$. Por este motivo, el producto vectorial sólo está definido en el espacio tridimensional.

Llevando $\vec{A}$ sobre $\vec{B}$, según la regla del avance del tornillo, obtendremos el sentido de $\vec{C}$.

(Así, al hacer $\vec{A} \times \vec{B}$, debemos llevar $\vec{A}$ sobre $\vec{B}$ y el avance del tornillo dará $\vec{C}$)



(Evidentemente, si hacemos $\vec{B} \times \vec{A}$, debemos llevar $\vec{B}$ sobre $\vec{A}$ y el avance del tornillo dará el sentido de $\vec{C}$, contrario al anterior.)



Como se puede apreciar, el producto vectorial es anticonmutativo, $\vec{A} \times \vec{B} = -\left(\vec{B} \times \vec{A}\right)$.

El módulo del producto vectorial cumple:

$$|\vec{C}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \sin\varphi$$

En componentes, $\vec{C}$ se obtiene resolviendo el determinante:

$$\vec{C} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \left(a_y b_z - a_z b_y\right)\vec{i} - \left(a_x b_z - a_z b_x\right)\vec{j} + \left(a_x b_y - a_y b_x\right)\vec{k}$$

0.4 Vector unitario, módulo y cosenos directores.

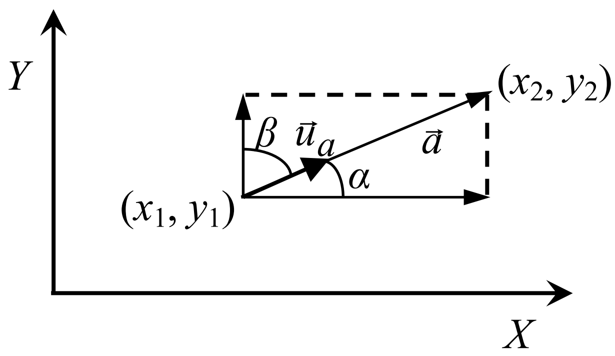
Módulo de $\vec{A} = |\vec{A}|$ y se cumple:

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}|^2 = \left(a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\right) \cdot \left(a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\right) = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$$

esto es:

$$|\vec{A}| = \left(a_x^2 + a_y^2 + a_z^2\right)^{1/2}$$

En el plano:



$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad |\vec{a}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Se define el vector unitario $\vec{u}_a$ como el vector de módulo unidad ($|\vec{u}_a| = 1$) en dirección de $\vec{a}$:

$$\vec{u}_a = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{(x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j}}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} = \frac{a_x}{|\vec{a}|}\vec{i} + \frac{a_y}{|\vec{a}|}\vec{j} = \cos\alpha\,\vec{i} + \cos\beta\,\vec{j} =$$

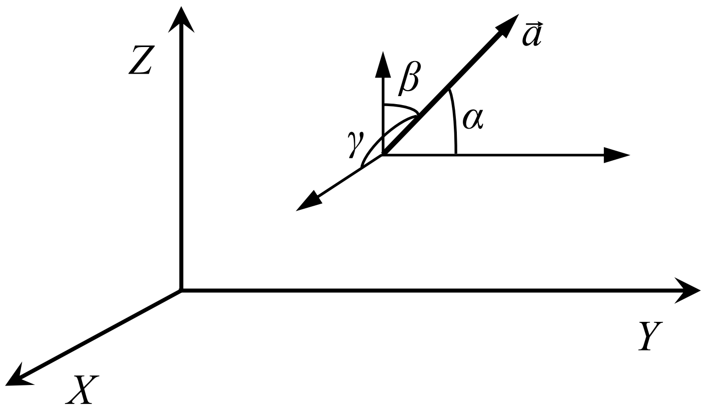
$$= \cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j}$$

pudiendo expresar:

$$\vec{a} = |\vec{a}| \cdot \left(\cos\alpha\,\vec{i} + \cos\beta\,\vec{j}\right)$$

donde evidentemente se cumple: $\cos^2\alpha\,\vec{i} + \sin^2\alpha\,\vec{j} = 1$

En el espacio:



$$\cos\alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|} \qquad \cos\beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|} \qquad \cos\gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|}$$

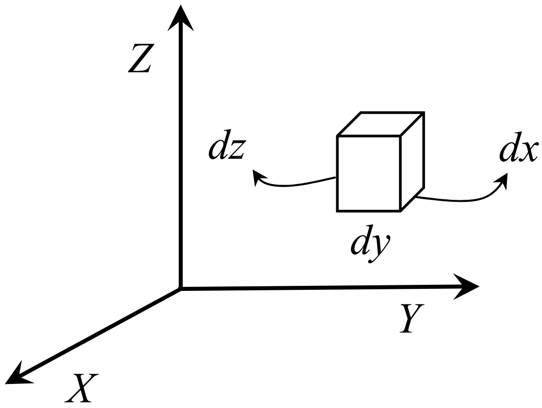
donde:

$$\cos^2\alpha\,\vec{i} + \cos^2\beta\,\vec{j} + \cos^2\gamma = 1$$

$$\vec{a} = |\vec{a}| \cdot \left(\cos\alpha\,\vec{i} + \cos\beta\,\vec{j} + \cos\gamma\,\vec{k}\right)$$

0.5 Sistemas de coordenadas: Cartesianas, cilíndricas y esféricas.

- Cartesianas:

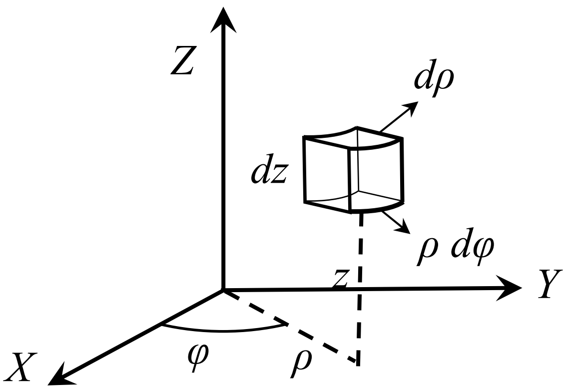


No importa la orientación de los ejes siempre y cuando el triedro sea positivo, esto es, llevando la parte positiva del eje X sobre la parte positiva del eje Y se obtenga la parte positiva del eje Z mediante la regla del avance del tornillo.

Un punto queda definido por (x, y, z).
Un elemento de volumen diferencial dV se define por:

$$dV = dx \cdot dy \cdot dz$$

- Cilíndricas:



Un punto queda definido por (ρ, φ, z), donde:

$$x = \rho \cos \varphi$$
$$y = \rho \sin \varphi$$
$$z = z$$

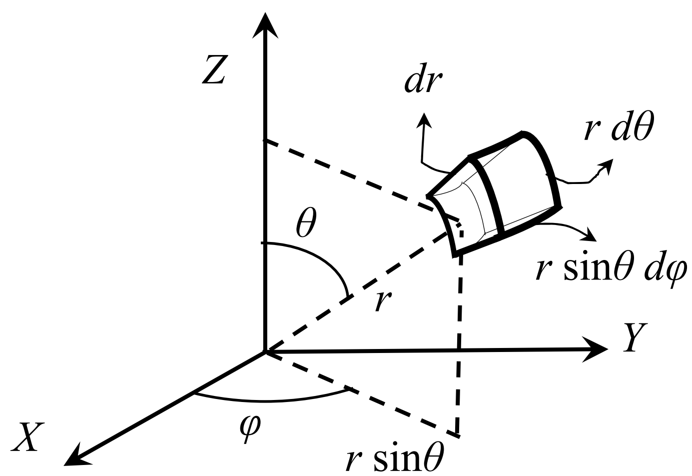
o a la inversa:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$\varphi = \arctan \frac{y}{x}$$
$$z = z$$

Un elemento de volumen diferencial queda definido por:

$$dV = \rho \, d\rho \, d\varphi \, dz$$

- Esféricas:



Un punto queda definido por (r, θ, φ), donde:

$$x = r \sin\theta \cos\varphi$$
$$y = r \sin\theta \sin\varphi$$
$$z = r \cos\theta$$

o a la inversa:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$
$$\theta = \arctan \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}$$
$$\varphi = \arctan \frac{y}{x}$$

Un elemento de volumen diferencial queda definido por:

$$dV = r\, d\theta \cdot dr \cdot r \sin\theta\, d\varphi = r^2\, dr\, d\varphi \sin\theta\, d\theta$$

Como ejemplo, el volumen de una esfera de radio R se obtiene integrando su diferencial desde 0 hasta R (en r), desde 0 hasta 2π (en el ángulo azimutal φ) y desde 0 hasta π (en el ángulo polar θ).

$$\iiint dV = \int_0^R r^2 dr \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta = \frac{R^3}{3} \cdot 2\pi \cdot 2 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

(la integral $\int_0^{\pi} \sin\theta d\theta = -[\cos\theta]_0^{\pi} = -(-1-1) = 2$)