<u>**Bloque Mecánica**</u>

<u>**Tema 1 Cinemática**</u>

1.1. Introducción.

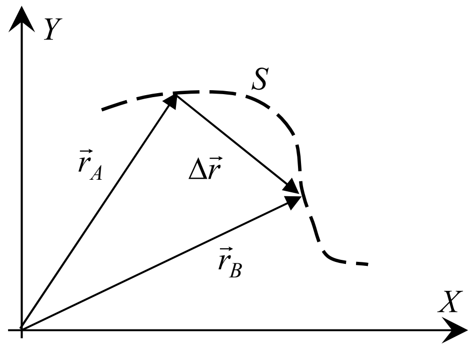
La Cinemática es la parte de la Dinámica dentro de la Mecánica que estudia el movimiento sin preocuparse de las causas que lo producen. Sin embargo, una descripción de sus causas mediante las leyes de Newton (próximo tema) se realiza por la denominada Cinética.

1.2. Magnitudes: vectores posición, velocidad y aceleración.

1.2.1. Posición (trayectoria y desplazamiento).

La trayectoria *S* es un escalar y representa la distancia (camino real) recorrido por el móvil.

El desplazamiento es un vector que es la diferencia entre los vectores posición inicial y posición final. $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$



Tanto la trayectoria como la posición se miden en *metros* en el Sistema Internacional. (S.I.).

Aunque la figura está hecha para el plano (movimiento bidimensional), para el caso general de movimiento en el espacio tridimensional, el vector posición se expresaría en coordenadas cartesianas como:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

1.2.2. Velocidad (media e instantánea).

La velocidad media se define como:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \left(\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}, \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}, \frac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1}\right)$$

La v_m puede ser positiva, negativa o cero. En S.I. se mide en *m/s*. (Como es habitual, la velocidad también se mide en *km/h* y para pasar a *m/s* se divide entre 3.6. Es buena regla nemotécnica recordar que 10 *m/s*, que es la velocidad media de un corredor velocista de élite, son 36 *km/h*))

Ejemplo: Si corremos 100 *m* lisos de modo que los primeros 50 *m* vamos a 10 *m/s* y los restantes 50 *m* vamos a 8 *m/s* (porque nos cansamos) ¿Cuál ha sido nuestra velocidad media en los 100 *m* totales?

Es error común pensar lo siguiente: $\frac{10+8}{2}=9$ *m/s*. Esto está mal ya que esta operación supondría que hemos ido el mismo tiempo a 10 *m/s* que a 8 *m/s*. En realidad hemos ido la misma distancia (50 *m*) a ambas velocidades pero no el mismo tiempo y la velocidad media se calcula con tiempos.

Por tanto:

El tiempo en los primeros 50 *m*: $\frac{s_1}{v_1}=\frac{50}{10}=5\ s$

El tiempo en los segundos 50 *m*: $\frac{s_2}{v_2}=\frac{50}{8}=6.25\ s$

Luego el tiempo total han sido $5+6.25=11.25\ s$. Obtener la velocidad media significa buscar una velocidad de modo que yendo a esa velocidad empleáramos el mismo tiempo que hemos empleado en la situación real. Lógicamente esa velocidad media será: $v_m=\frac{s}{t}=\frac{100}{11.25}=8.88$ *m/s*. Es normal que la velocidad media sea más baja de 9 *m/s* (que era el cálculo erróneo) ya que hemos estado más tiempo yendo a 8 *m/s* que a 10 *m/s*, y el cálculo erróneo supondría que habríamos estado el mismo tiempo yendo a cada velocidad.

Otro ejemplo bastante común es el caso de un avión que en una ocasión realiza un recorrido de ida y vuelta sin viento, y en otra ocasión realiza el mismo recorrido de ida y vuelta pero con viento ayudándolo en la ida y frenándolo a la vuelta (**viento constante siempre en la misma dirección**). La cuestión es: Cuándo tarda más el avión en hacer el recorrido de ida-vuelta ¿con viento o sin viento?: Podría pensarse, (erróneamente como en el ejemplo anterior) que en el caso del recorrido ida-vuelta con viento, el avión tardaría lo mismo que en el recorrido ida-vuelta sin viento, ya que en el recorrido de ida el viento haría que el avión ganara la misma velocidad que perdería en la vuelta compensándose ambas situaciones como si no hubiera viento. Esto es erróneo ya que cuando el avión tiene viento en contra, efectivamente va más despacio que cuando tiene viento a favor pero resulta que entonces está mucho más tiempo con viento en contra que con viento a favor, con lo cual su velocidad media disminuye. De este modo, cuando hace el recorrido ida-vuelta con viento tardaría más que si lo hace sin viento. Naturalmente esto se puede hacer con ecuaciones pero la explicación con palabras es más efectiva.

La velocidad instantánea se define como la velocidad en un instante determinado. Esta definición puede suponer un problema y de hecho lo supuso para los antiguos griegos. Para un objeto en movimiento, pensaba Aristóteles, en un instante cualquiera infinitamente corto se puede suponer que el objeto debe estar parado (como si se le pudiera hacer una foto aunque en aquella época no las había). Entonces, si está parado en cualquier instante, pues también estará parado para todos los instantes y, en definitiva, estará parado siempre aunque se mueva. De esta forma, negaban el movimiento. Por supuesto, esta y otras paradojas como la de Aquiles y la Tortuga, eran debidas que los griegos no conocían el comportamiento denso y continuo de los números, ni el paso al límite de una función, ni el cálculo infinitesimal. Aún así, de los pensadores griegos surgió la geometría, la música y la física.

Matemáticamente, la velocidad instantánea se define como:

$$\vec{v} = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad [1]$$

la derivada del vector posición respecto del tiempo.

Como $\vec{v}$ es tangente a la trayectoria (por definición de derivada, es el límite de las secantes en un punto), podemos escribir $d\vec{r} = ds\,\vec{u}_t$ donde el vector $\vec{u}_t$ es un vector unitario tangente a la trayectoria, es decir, que lleva la dirección del movimiento en un instante dado:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{ds}{dt}\vec{u}_t = v\,\vec{u}_t \qquad [2]$$

Como en el caso del vector posición, el vector velocidad instantánea también se puede expresar en función de sus componentes cartesianas:

$$\vec{v} = \frac{dx(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dz(t)}{dt}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

En ocasiones, al módulo de la velocidad instantánea $|\vec{v}|$ se le llama celeridad o rapidez.

1.2.3. Aceleración (media e instantánea).

La aceleración media indica cual es el promedio de la velocidad en el tiempo:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

La aceleración instantánea se define, del mismo modo que la velocidad instantánea, considerando tiempos infinitamente cortos:

$$\vec{a} = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

que es la pendiente de la curva $\vec{v}(t)$ en cada tiempo.

A partir de [1], podemos escribir:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \qquad [3]$$

Y expresándola en componentes cartesianas:

$$\vec{a} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z(t)}{dt^2}\vec{k} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_k\vec{k}$$

Tanto la posición, velocidad y aceleración se pueden expresar en cualquier sistema de coordenadas (no sólo el cartesiano) según convenga por simetría y para simplificar algunos cálculos, aunque en este curso nosotros sólo utilizaremos el cartesiano. En el sistema internacional la aceleración se mide en m/s^2.

Se podrían definir otras derivadas de orden superior de la posición que se llaman sobreaceleraciones. Así la derivada de orden 3 de la posición indicaría cómo varia la aceleración en el tiempo. El oído interno es más sensible a las sobreaceleraciones que a las aceleraciones, de modo que cuando las aceleraciones no son constantes en el tiempo (existen sobreacelearaciones) es fácil marearse sino se está acostumbrado, por ejemplo, en un coche con la amortiguación muy blanda o en un barco.

1.2.4. Componentes intrínsecas (tangencial y normal).

Para trabajar con aceleraciones es muy útil definir las llamadas componentes intrínsecas de la aceleración:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

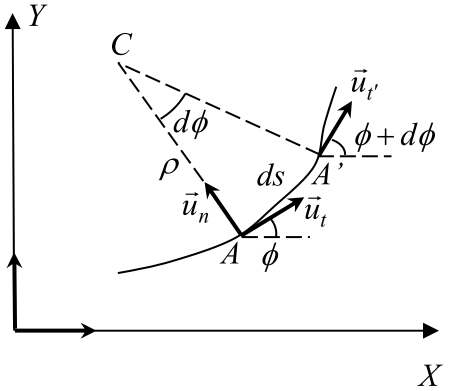
$\vec{a}_t$ = aceleración tangencial a la trayectoria

$\vec{a}_n$ = aceleración normal a la trayectoria

Según [3]:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v\vec{u}_t)}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + v\frac{d\vec{u}_t}{dt} \qquad [4]$$

El primer término corresponde a la aceleración tangencial y el segundo a la aceleración normal. Veamos ahora cómo podemos calcular $\frac{d\vec{u}_t}{dt}$



Sea:

$$\vec{u}_t = \cos\phi\,\vec{i} + \sin\phi\,\vec{j}\,.$$

El vector perpendicular a este será:

$$\vec{u}_n = -\sin\phi\,\vec{i} + \cos\phi\,\vec{j}$$

Pero al aplicar las reglas de derivación de la cadena y del producto:

$$\frac{d\vec{u}_t}{dt} = -\dot{\phi}\sin\phi\,\vec{i} + \dot{\phi}\cos\phi\,\vec{j} = \dot{\phi}\,\vec{u}_n$$

Por tanto $\frac{d\vec{u}_t}{dt}$ es normal a la trayectoria, siendo $\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{ds}\frac{ds}{dt} = v\frac{d\phi}{ds}$ donde $ds = AA'$. Si el radio de curvatura para el punto A de la trayectoria es $\rho = CA$ entonces $ds = \rho\, d\phi$ (arco = radio x ángulo) $\Rightarrow$ $\frac{d\phi}{ds} = \frac{1}{\rho}$, de modo que:

$$\frac{d\vec{u}_t}{dt} = \dot{\phi}\,\vec{u}_n = v\frac{d\phi}{ds}\vec{u}_n = v\frac{1}{\rho}\vec{u}_n$$

Que introducido en [4] resulta:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{u}_n$$

es decir:

La componente tangencial de la aceleración ($\vec{a}_t = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t$) es un vector tangente a la trayectoria cuyo módulo es la derivada temporal del módulo de la velocidad. Por este motivo sólo hay aceleración tangencial si la velocidad no es constante en módulo.

La componente normal de la aceleración ($\vec{a}_n = \frac{v^2}{\rho}\vec{u}_n$) es un vector perpendicular a la trayectoria cuyo módulo es el módulo al cuadrado de la velocidad dividido por el radio de curvatura en ese punto. Por este motivo aunque no haya variación de la velocidad en ese punto, si hay curvatura, habrá aceleración normal.

El módulo total de la aceleración es:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \qquad [5]$$

Atendiendo a los valores de las componentes intrínsecas de la aceleración, los movimientos se pueden clasificar en:

$$a_n = 0 \text{ (mov. rectilíneo)} \quad \begin{cases} a_t = 0 \text{ (mov. rectilíneo uniforme)} \\ a_t \neq 0 \text{ (mov. rectilíneo acelerado)} \end{cases}$$

$$a_n \neq 0 \text{ (mov. curvilíneo)} \quad \begin{cases} R = \text{constante} \quad \begin{cases} a_t = 0 \text{ (mov. circular uniforme)} \\ a_t \neq 0 \text{ (mov. circular acelerado)} \end{cases} \\ R \neq \text{constante (mov. general)} \end{cases}$$

1.3. Movimiento rectilíneo.

1.3.1. Rectilíneo uniforme

En este movimiento no hay aceleración y las ecuaciones que lo describe es la básica $v = \frac{s}{t}$. Le velocidad media y la instantánea coinciden puesto que la velocidad es siempre constante en módulo (y dirección).

1.3.2. Rectilíneo uniformemente acelerado. Caída libre.

De las ecuaciones [1] y [3], sabemos que $v = \frac{ds}{dt}$ y $a = \frac{dv}{dt}$ (se han omitido las flechas de vector puesto que aquí suponemos que el movimiento es rectilíneo).

Dividiendo miembro a miembro: $\frac{v}{a} = \frac{ds}{dv} \quad \Rightarrow \quad v\,dv = a\,ds$.

Si en un momento inicial el móvil lleva una velocidad v_0 y está en s_0, tendremos integrando que la velocidad v que llevará en instante t posterior será:

Si *a* es constante:

Partiendo de $dv = a \cdot dt \quad \Rightarrow \quad \int_{v_0}^{v} dv = a \int_0^t dt \quad \Rightarrow \quad v = v_0 + at$ [6a]

Partiendo de $v\,dv = a\,ds \quad \Rightarrow \quad \int_{v_0}^{v} v\,dv = a \int_{s_0}^{s} ds \quad \Rightarrow \quad v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0)$ [6b]

Y partiendo de $ds = v\,dt \;\Rightarrow\; \int_{s_0}^{s} ds = \int_0^t (v_0 + at)\,dt \;\Rightarrow\; s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ [6c]

Este caso para $a = cte$ es la situación común que ocurre en caída libre de un cuerpo en la gravedad. Como se observa de estas ecuaciones, en primera aproximación (despreciando el rozamiento con el aire), la velocidad de caída de un cuerpo no depende de su masa, según comprobó Galileo desde la Torre de Pisa.

1.3.3. Rectilíneo acelerado (*a*(*t*), *a*(*v*), *a*(*s*))

Si *a* no es constante (las ecuaciones del grupo [6] no son válidas) y puede ocurrir que:

- ***a* dependa del tiempo *a*(*t*):**

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t a(t)\,dt \;\Rightarrow\; v = v_0 + \int_0^t a(t)\,dt \qquad [7a]$$

- ***a* dependa de la velocidad *a*(*v*):**

Partiendo de $a(v) = \frac{dv}{dt} = \;\Rightarrow\; t = \int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{a(v)}$ [7b]

O partiendo de $v\,dv = a\,ds \;\Rightarrow\; \int_{v_0}^{v} \frac{v\,dv}{a(v)} = \int_{s_0}^{s} ds \;\Rightarrow\; s = s_0 + \int_{v_0}^{v} \frac{v\,dv}{a(v)}$ [7c]

- ***a* dependa de la posición *a*(*s*)** (como ocurre en un muelle)**:**

$$\int_{v_0}^{v} v\,dv = \int_{s_0}^{s} a(s)\,ds \;\Rightarrow\; v^2 = v_0^2 + 2\int_{s_0}^{s} a(s)\,ds \qquad [7d]$$

Ejemplos:

Un buque frena como $a = -kv^2$. Si su velocidad inicial es 8 *km/h*, y se necesita $\frac{1}{6}$ de hora para descender a 4 *km/h*, calcular *v*(*t*) y *s*(*t*).

Aplicamos [7b]: $\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{a(v)} = \int_8^v \frac{dv}{-kv^2} \;\Rightarrow\; -\frac{1}{v} + \frac{1}{8} = -kt \;\Rightarrow\; v = \frac{8}{1+8kt}$

Por los requisitos dados: $4 = \dfrac{8}{1+8k\left(\dfrac{1}{6}\right)} \Rightarrow k = \dfrac{3}{4} km^{-1}$ (k debe tener unidades de km^{-1} para que la ecuación $a = -kv^2$ sea homogénea) y la ecuación de la velocidad resulta:

$$v(t) = \frac{8}{1+6t}$$

Ahora como $v = \dfrac{ds}{dt} \Rightarrow \dfrac{8}{1+6t} = \dfrac{ds}{dt} \Rightarrow \displaystyle\int_0^t \frac{8}{1+6t} dt = \int_0^s ds \quad \Rightarrow \quad s(t) = \frac{4}{3}\ln(1+6t)$

Un cuerpo se desplaza con $a = 4x - 2$ m/s^2. Si v_0 = 10 $m/$s cuando x_0 = 0, encontrar la velocidad en cualquier posición.

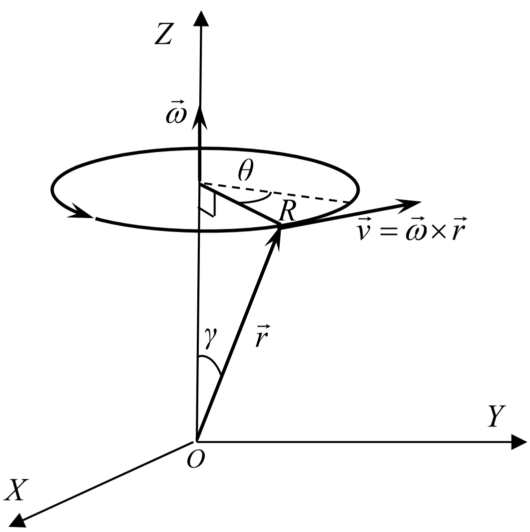
Aplicamos [7d]: $v^2 = 10^2 + 2\displaystyle\int_0^x (4x-2)dx = 4x^2 - 4x + 100 \quad \Rightarrow$

$$v = \sqrt{4x^2 - 4x + 100}$$

y si aplicáramos $v = \dfrac{dx}{dt}$ podríamos hallar $x(t)$.

1.4. Movimiento circular.

1.4.1. Velocidad angular.



Tenemos $s = R\theta$ y entonces:

$$v = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\,\dot{\theta} = R\omega \qquad [8]$$

donde ω se define como la velocidad angular y se mide en *rad/s*. Podemos expresarla como vector $\vec{\omega} = \omega\,\vec{k}$ y como

$$R = r \cdot \sin\gamma \qquad [9]$$

Si ponemos [9] en [8]:

$v = r\sin\alpha\;\omega$ que puede escribirse como un producto vectorial:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \qquad [10]$$

o en forma de determinante:

$$\vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ r_x & r_y & r_z \end{vmatrix}$$

Recalcamos que el vector velocidad angular $\vec{\omega}$ es perpendicular al plano del movimiento como se observa en la figura anterior.

Si el movimiento es circular y uniforme ($\omega = cte$), entonces $\omega = \frac{2\pi}{T}$, donde T es el periodo empleado en completar una vuelta. Llamamos frecuencia a $\frac{1}{T}$ y se mide en s^{-1} ó *Hz* (herztios).

1.4.2. Aceleración angular.

Si $\omega \neq cte$ entonces definimos la aceleración angular como $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ que también es un vector perpendicular al plano del movimiento $\vec{\alpha} = \alpha\,\vec{k}$.

Ya hemos visto que para un movimiento circular de radio R, la ecuación [4] queda como: $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{R}\vec{u}_n$.

La componente normal de esta aceleración, se puede expresar mediante [8] como:

$$\vec{a}_n = a_n\vec{u}_n = \frac{v^2}{R}\vec{u}_n = \frac{R^2\omega^2}{R}\vec{u}_n = \omega^2 R\vec{u}_n$$

que es un vector dirigido hacia el centro de la circunferencia.

La componente tangencial se puede expresar como:

$$\vec{a}_t = a_t\vec{u}_t = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t = \frac{dR\omega}{dt}\vec{u}_t = R\alpha\,\vec{u}_t$$

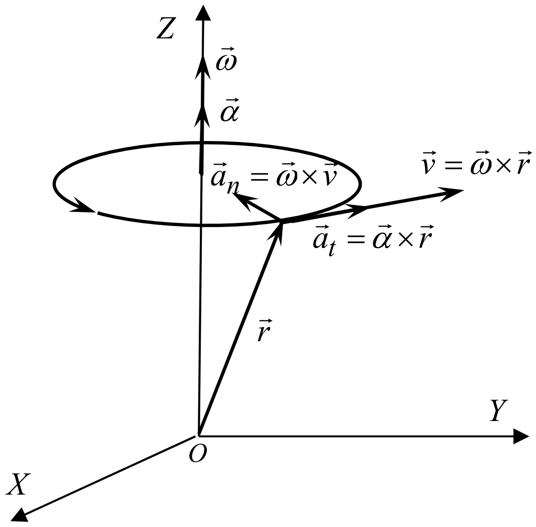
que es un vector con la misma dirección que la velocidad (tangente a la trayectoria).

Observamos que aunque $\alpha = 0$ (movimiento circular uniforme) habrá aceleración pero sólo existirá componente normal de la aceleración.

Podemos dar una expresión general vectorial para la aceleración total:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{\omega}\times\vec{r})}{dt} = \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}\right) + \left(\vec{\omega}\times\frac{d\vec{r}}{dt}\right) = (\vec{\alpha}\times\vec{r}) + (\vec{\omega}\times\vec{v}) \qquad [11]$$

De este modo la componente tangencial de la aceleración se puede expresar como $\vec{\alpha} \times \vec{r}$ y la componente normal por $\vec{\omega} \times \vec{v}$



En general, para el movimiento circular uniformemente acelerado, dividiendo por el radio las ecuaciones de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, obtenemos:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha\, t^2$$

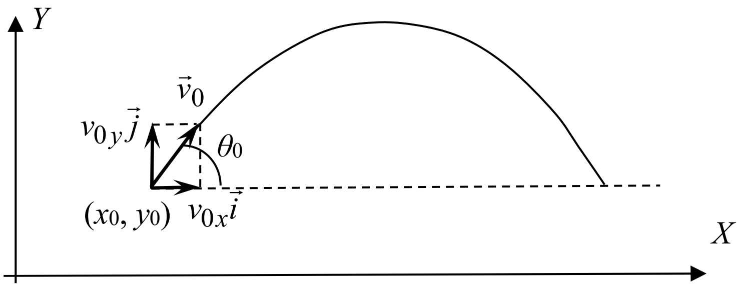
$$\omega = \omega_0 + \alpha\, t$$

$$\alpha = cte$$

1.5. Movimiento de proyectiles.

1.5.1. Tiro parabólico.

Lanzamos una partícula con una velocidad inicial v_0 formando un ángulo θ_0 con la horizontal desde (x_0, y_0).



Descomponemos el movimiento de modo que las componentes de la velocidad son:

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\theta_0$$

y las componente de la aceleración en cualquier instante son: $a_x = 0$, $a_y = -g$.

La componente en x de la velocidad se mantiene constante ya que no hay aceleración en x. La componente en y tiene una velocidad dada por un movimiento uniformemente retardado de modo que en cualquier instante:

$$v_x = v_{0x}$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

Los desplazamientos a lo largo de ambas componentes serán:

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Si tomamos el lanzamiento desde el origen ($x_0 = 0$, $y_0 = 0$) y despejamos t en la ecuación de $x(t)$ y sustituimos en $y(t)$, tendremos la expresión de la trayectoria que corresponde a una parábola:

$$y(x) = \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)x - \left(\frac{g}{2v_{0x}^2}\right)x^2 = \tan\theta_o\ x - \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}\right)x^2$$

Para hallar el tiempo que la partícula está en el aire desde que es lanzada hasta que alcanza el extremo opuesto de la parábola (supuesto que el suelo es horizontal), debemos entender que el tiempo que tarda en llegar al punto más alto es el mismo que el tiempo que emplea en descender. El tiempo que tarda en ascender es aquel que anula la componente vertical de la velocidad $\Rightarrow$ $v_y = 0$ $\Rightarrow$ $0 = v_{0y} - gt$ $\Rightarrow$ $t = \dfrac{v_{0y}}{g}$ que multiplicado por 2 proporcionará el tiempo de vuelo total:

$$T = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g} \qquad [12]$$

Para hallar el alcance horizontal hay que tener en cuenta que la componente horizontal de la velocidad no varía y, por tanto, el alcance será el producto de dicha velocidad multiplicado por el tiempo de vuelo.

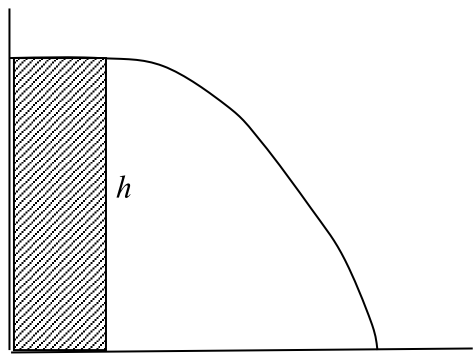
$$R = v_{0x}T = v_0 \cos\theta_0 \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0 \qquad [13]$$

Y como se desprende de [13] el mayor alcance tiene lugar cuando θ_0 = 45º siempre y cuando se esté sobre la horizontal.

También es interesante comprobar una afirmación de Galileo a partir de [13] que afirmaba el alcance para ángulos (45 + α) es el mismo que el alcance para ángulos de (45 − α), ya que $\sin(90 + 2\alpha) = \sin(90 - 2\alpha)$

1.5.2. Tiro rasante.

Un caso particular de tiro parabólico es aquel en que el lanzamiento tiene lugar desde un punto elevado una altura h sobre el suelo y con un ángulo de lanzamiento inicial nulo.



En realidad la trayectoria es solo media parábola. Si la velocidad inicial es v_0 (horizontal) entonces el tiempo de vuelo es el tiempo de caída que será el mismo en que se tarda en recorrer la altura h. La velocidad vertical inicial es nula pero se va incrementando como en la caída libre. Podemos emplear las ecuaciones de movimiento uniformemente acelerado con aceleración g (caída libre) y tendremos:

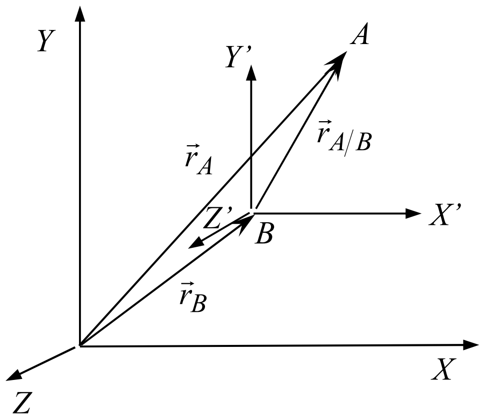
$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ para el tiempo de caída.

La velocidad en vertical con la que se alcanza el suelo será $v = gT = \sqrt{2gh}$

El alcance será $R = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$

1.6. Movimiento relativo.

Supongamos un sistema de coordenadas fijo *X, Y*, *Z* y uno móvil *X', Y', Z'* que se traslada pero no rota (mantiene sus ejes paralelos) respecto al sistema fijo. Estudiaremos únicamente el caso en que hay traslación.



Supongamos que en un instante determinado el origen del sistema móvil está en *B* para el sistema fijo. Su posición respecto del sistema fijo será $\vec{r}_B$ y su velocidad $\vec{v}_B$

Sea un punto *A* móvil que tiene para el sistema fijo una posición $\vec{r}_A$ y una velocidad $\vec{v}_A$.

La posición del punto *A* respecto del sistema móvil la llamamos $\vec{r}_{A/B}$ y se cumple por suma vectorial (ver figura) que:

$$\vec{r}_A = \vec{r}_B + \vec{r}_{A/B}$$

Y la misma relación se mantiene para las velocidades y aceleraciones:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$$

En los casos en que ambos sistemas además de trasladarse, roten entre sí, aparecen términos adicionales en las dos ecuaciones anteriores.