FÍSICA I

TEMA 0: INTRODUCCIÓN

1. Expresar en los sistemas cegesimal, internacional y técnico el peso y la masa de un cuerpo de 80 Kg. de masa.

CEGESIMAL Centímetro, gramo y segundo.

80 Kg = 80 Kg * 1000 g /Kg = 80.000 g

P = mg = 80. 000 g * 980 cm/s^2 = 78.400.00 dinas

INTERNACIONAL Metro, kilogramo y segundo.

80 Kg = 80 Kg

P = mg = 80 Kg * 9.8 m / s^2 = 784 N

TECNICO Metro, kilogramo-fuerza y segundo

M = P / g = 80 k / 9.8 m/s^2 = 8.16 u.t.m

P = 80 kg

2. En las siguientes ecuaciones x está en metros y el tiempo en segundos. ¿ Cuáles son las unidades y dimensiones de C_1,C_2 y C_3?. A) $x = C_1 + C_2 t + C_3 t^2$. B) $x = C_1 \cos C_2 t$. C) $x = C_1 \text{ sen } C_2 t$

A) $[x] = [C_1] = [C_2] T = [C_3] T^2$; como $[x] = L$

$[C_1] = L$; $[C_2] T = L$ y $[C_3] T^2 = L$ luego

$[C_2] = L T^{-1}$ y $[C_3] = L T^{-2}$

La unidad de C_1 es m, la de C_2 es m/s y la de C_3 es m / s^2.

B) $[x] = [C_1] [\cos C_2 t]$ como $[C_2 t] = 1$; $[C_2] = T^{-1}$ y $[C_1] = [x] = L$

Las unidades de C_1 es m y la de C_2 es s^{-1}.

C) Igual que B)

3. Si no recuerda cuál de las tres fórmulas siguientes corresponde al periodo del péndulo simple, cómo lo podría averiguar utilizando el análisis dimensional. $T = 2\pi (l/g)^{1/2}$; $T = 2 \pi (g/l)^{1/2}$ y $T = 2 \pi (m/g)^{1/2}$

$[T] = T$; $[(l/g)^{1/2}] = (L / LT^{-2})^{1/2} = T$ correcto.

$[(g/l)^{1/2}] = (LT^{-2} / L)^{1/2} = T^{-1}$ incorrecto.

$[(m/g)^{1/2}] = (M/LT^{-2})^{1/2}$ incorrecto.

4. Utilizando el análisis dimensional obtener la fuerza que hay que aplicar a un cuerpo de masa m, para que describa una trayectoria circular de radio R, con una velocidad constante, v.

$F = m^{\alpha} v^{\beta} R^{\gamma}$

$[F] = M L T^{-2}$; $[m] = M$; $[v] = L T^{-1}$; $[R] = L$

$M L T^{-2} = M^{\alpha} (L T^{-1})^{\beta} L^{\gamma}$;

$M = M^{\alpha}$; $L = L^{(\gamma+\beta)}$; $T^{-2} = T^{-\beta}$;

$\beta = 2$; $\alpha = 1$; $\gamma = -1$

$F = m v^2 / R$

5. La tensión superficial del mercurio vale $\sigma = 0.49$ N / m . Expresar su valor en el sistema c.g.s.

0.49 N / m = 0.49 kg m / (s^2 m) = 0.49 kg / s^2 = 0.49 kg 1000 g / kg s^2 = 490 g / s^2 = 490 dinas/cm

6. ¿Cuántos radianes equivalen a 1^0? . ¿Cuántos grados equivalen a 1 radián?. ¿Cuántos radianes tienen 69^o?

180^0 son π radianes

1^0 = 1 grado π radianes / 180 grados = (π / 180) radianes 0.0175 rad

1 rad = 1 rad 180 grados / π rad = (180 / π) grados = 57.29 grados

69 grados = 69 grados π rad / 180 grados = 1.204 rad

7. El periodo de vibración de una gotita esférica está dado por la expresión:
   $T = A (r^3 \rho / s)^{1/2}$. Donde r es el radio de la gota, ρ es la densidad y s es la tensión superficial (MT^{-2}). Hallar las dimensiones de A.

$[T] = T$; $[r] = L$; $[\rho] = M L^{-3}$; $[\sigma] = [MT^{-2}]$

$T = A (r^3 \rho / \sigma)^{1/2} = A r^{3/2} \rho^{1/2} \sigma^{-1/2}$; $A = T r^{-3/2} \rho^{-1/2} \sigma^{1/2}$

$[A] = T L^{-3/2} (M L^{-3})^{-1/2} (MT^{-2})^{1/2} = 1$ A es adimensional

8. Dado el valor de la constante de gravitación universal $G = 6.67\ 10^{-8}$ din cm^2/ g^2, determinar su valor en unidades del sistema internacional.

din = g cm / s^2 ; 1 din = 1 g (1 kg / 1000 g) cm (1 m / 100 cm) / s^2 = 10^{-5}N
cm = 1 cm (1 m / 100 cm) = 10^{-2} m
g = 1 g (1 kg / 1000 g) = 10^{-3} kg
$G = 6.67\ 10^{-8}$ din $cm^2 / g^2 = 6.67\ 10^{-8}\ 10^{-5}$N $(10^{-2}\ m)^2 / (10^{-3}\ kg)^2 = 6.67\ 10^{-11}$ N m^2/kg^2

9. Sabiendo que el metro equivale a 1650763.73 longitudes de onda de la raya naranja del kriptón 86. Determinar su longitud de onda en nanómetros y en amstrongs.

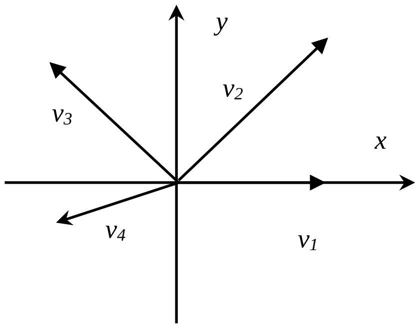
Si 1 m ------ 1650763.73 lambdas

Entonces x m ------ 1 lambda x = 6.05785e-7 m = 6.05785e-7 (10^9 nm)=
= 605.785 nm = 605.785 (10 Å) = 6057.85 Å

10. Entre las diversas formas de expresar un trabajo en física, están: la energía cinética ($1/2mv^2$), la energía potencial (mgh), el trabajo termodinámico (PV). Demostrar que todas ellas tienen la misma dimensión.

$[E_c] = M\ L^2\ T^{-2}$ $[E_p] = M\ L\ T^{-2}\ T = M\ L^2\ T^{-2}$ $[PV] = (M\ L\ T^{-2} / L^2)\ L^3 == M\ L^2\ T^{-2}$

11. Cuatro vectores coplanarios de 8, 12, 10 y 6 unidades forman 70º, 150º y 200º con el primer vector. Calcular la magnitud y dirección del vector suma de todos ellos.



$v_1 = (8,0)$

$v_2 = (12 \cos70, 12 \operatorname{sen}70) = (4.1, 11.27)$

$v_3 = (10 \cos150, 10 \operatorname{sen}150) = (-8.66, 5)$

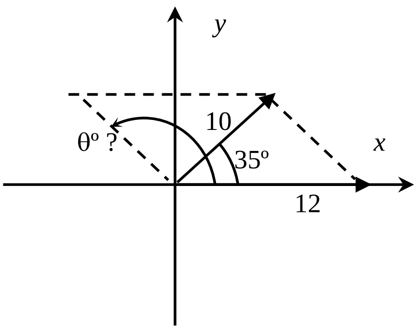
$v_4 = (6 \cos200, 6 \operatorname{sen}150) = (-5.64, -2.05)$

$R= v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = (-2.194, 14.224)$

$|R| = [(-2.194)^2 + (14.224)^2]^{1/2} = 14.392$

tg $\alpha = R_y / R_x = 14.224/-2.194 = -6.483$ $\alpha = -81.23º$ y como el coseno es negativo y el seno es positivo $\alpha = 98.77º$

12. El vector suma de dos vectores vale 10 unidades y forma un ángulo de 35º con uno de ellos que tiene 12 unidades. Encontrar la magnitud del otro vector y el ángulo entre ellos.



$S_x = (10 \cos 35, 10 \operatorname{sen}35)$

$V_1 = (12, 0)$

$V_2 = (x, y)$

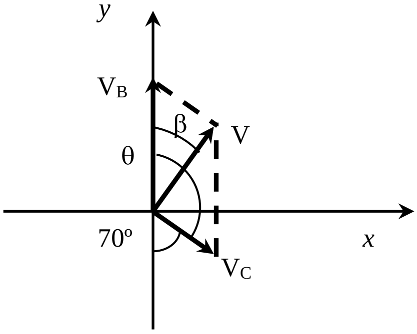
$10 \cos35 = 12 + x$ $x = 10 \cos35 - 12$

$10 \operatorname{sen}35 = 0 + y$ $y = 10 \operatorname{sen}35$

$|V_2| = [(10 \cos35 - 12)^2 + (10 \operatorname{sen}35)^2]^{1/2}$

$\operatorname{tg}\theta = 10 \operatorname{sen}35 / (10 \cos35 – 12)$

13. Un bote a motor se dirige hacia el norte a 15 millas por hora en un lugar donde la corriente es de 5 millas por hora en la dirección sur-este (70º con el sur). Encontrar la velocidad resultante del bote.



$$\vec{V} = \vec{V}_B + \vec{V}_C$$

ya que $\theta = 110º$

$$\left|\vec{V}\right| = \sqrt{15^2 + 5^2 + 2(15)(5)\cos 110º} = 14.1 \text{ mi/h}$$

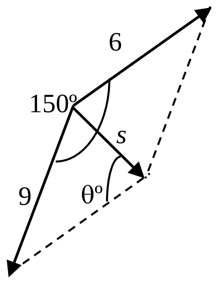
Para obtener la dirección, aplicamos:

$$\frac{V}{\operatorname{sen}\theta} = \frac{V_C}{\operatorname{sen}\beta} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{sen}\beta = \frac{V_C \operatorname{sen}\theta}{V} = 0.332$$

$\Rightarrow \qquad \beta = 19.4^{o}$

14. Dos vectores de 6 y 9 unidades, forman un ángulo de 150º. Encontrar la magnitud y dirección del vector suma.

$$\left|\vec{S}\right| = \sqrt{6^2 + 9^2 + 2\cdot 6\cdot 9\cdot \cos 150} = 4.85 \text{ unid.}$$



Por el teor. del seno: $\dfrac{9}{\operatorname{sen}\theta} = \dfrac{\left|\vec{S}\right|}{\operatorname{sen} 30} \quad \Rightarrow$

$$\operatorname{sen}\theta = 9 \operatorname{sen} 30 / 4.85 = 0.93 \;\Rightarrow\; \theta = 112^{o}$$

15. Encontrar el ángulo entre los vectores $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ y $\vec{B} = -\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

El producto escalar: $\overline{A}\cdot\vec{B} = 2(-1) + 3(1) + (-1)2 = -1$ y $\left|\vec{A}\right| = \sqrt{4+9+1} = \sqrt{14} = 3.74$ unid.

$$\left|\vec{B}\right| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{6} = 2.45 \text{ unid.} \;\Rightarrow\; \cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{\left|\vec{A}\right|\cdot\left|\vec{B}\right|} = -\frac{1}{9.17} = -0.109 \;\Rightarrow \theta = 96.3^{o}$$

16. Hallar la proyección del vector A = (1, -2, 1) sobre el vector B = (4, -4, 7)

La proyección de A sobre B es:

$$P_{A/B} = \left|\vec{A}\right|\cos\theta = \left|\vec{A}\right|\cdot\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|} = \vec{A}\cdot\frac{\vec{B}}{\left|\vec{B}\right|} = \vec{A}\cdot\vec{u}_B$$ donde u_B es el vector unitario en dirección *B*

$$P_{A/B} = (1,-2,1)\frac{(4,-4,7)}{\sqrt{16+16+49}} = \frac{4+8+7}{9} = 9.5 \text{ unid.}$$

17. Dados los vectores (-1,3,4) y (6,0,-3), calcular el ángulo que forman su suma y su producto vectorial.

$$\vec{S} = (-1+6, 3+0, 4-3) = (5,3,1)$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 3 & 4 \\ 6 & 0 & -3 \end{vmatrix} = (-9-0)\vec{i} + (24-3)\vec{j} + (0-18)\vec{k} = -9\vec{i} + 21\vec{j} - 18\vec{k}$$

El ángulo que forman S, A x B se puede obtener del cálculo de su producto escalar:

$$\vec{S} \cdot \left(\vec{A} \times \vec{B}\right) = \left|\vec{S}\right| \cdot \left|\vec{A} \times \vec{B}\right| \cos\alpha \;\Rightarrow \qquad \cos\alpha = \frac{(5,3,1)(-9,21,-18)}{\sqrt{35}\sqrt{846}} = 0 \;\Rightarrow\; \alpha = 90^{\circ}$$

18. Dados $\vec{A} = 5\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ y $\vec{B} = 6\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, calcular: a) el módulo de cada uno, b) el producto escalar de ambos, c) el ángulo que forman, d) los cosenos directores de cada uno, e) los vectores $\vec{A} + \vec{B}$, $\vec{A} - \vec{B}$, f) el producto vectorial $\vec{A} \times \vec{B}$

a) $$\left|\vec{A}\right| = \sqrt{5^2 + 3^2 + 4^2} = 7.07$$
$$\left|B\right| = \sqrt{36 + 1 + 4} = 6.4$$

b) $\vec{A} \cdot \vec{B} = (5,3,4) \cdot (6,-1,2) = (30,-3,8) = 35$

c) $\cos\alpha = \dfrac{35}{7.07 \cdot 6.4} = 0.773 \;\Rightarrow\; \alpha = 39.37^{\circ}$

d) Para A:

$$\cos\alpha = \frac{5}{7.07} = 0.707 \quad \cos\beta = \frac{3}{7.07} = 0.424 \quad \cos\gamma = \frac{4}{7.07} = 0.56$$

Para B:

$$\cos\alpha = \frac{6}{6.4} = 0.93 \quad \cos\beta = \frac{-1}{6.4} = \text{-}0.156 \quad \cos\gamma = \frac{2}{6.4} = 0.31$$

e) $$\vec{A} + \vec{B} = (5,3,4) + (6,-1,2) = (11,2,6)$$
$$\vec{A} - \vec{B} = (5,3,4) - (6,-1,2) = (-1,4,2)$$

f) $$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & 3 & 4 \\ 6 & -1 & 2 \end{vmatrix} = (6+4)\vec{i} + (24-10)\vec{j} + (-5-18)\vec{k} = 10\vec{i} + 14\vec{j} - 23\vec{k}$$

19. Demostrar que si la suma y la diferencia de dos vectores son perpendiculares, entonces los vectores tienen longitudes iguales.

$$\vec{S} = \vec{a} + \vec{b}$$
$$\vec{D} = \vec{a} - \vec{b}$$
$$\vec{S} \cdot \vec{D} = 0 = \left(\vec{a} \cdot \vec{b}\right) \cdot \left(\vec{a} - \vec{b}\right) = \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{b} \;\Rightarrow\; \vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{b} \cdot \vec{b}$$
$$\left|\vec{a}\right|\left|\vec{a}\right| \cos 0 = \left|\vec{b}\right|\left|\vec{b}\right| \cos 0 \;\Rightarrow\; \left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right|$$

20. Hallar el área del paralelogramo determinado por los vectores: $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ y

$\vec{B} = -\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

Primero, calculamos el producto vectorial:

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 7\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$$

Con módulo: $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right| = \sqrt{49+9+25} = 9.11$ unid.

21. Representar el punto (3,2,1) en coordenadas esféricas.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{y}{x} = \operatorname{arctg}\frac{2}{3} = 0.588 \text{ rad}$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{9+4}}{1} = \operatorname{arctg}\sqrt{13} = 1.3 \text{ rad}$$