Ley de Hooke

Objetivos

a) Estudiar la ley de Hooke y determinar la constante elástica de un muelle mediante distintos procedimientos.

b) Determinar la masa efectiva de un muelle.

Material

1 Soporte con escala graduada vertical
1 Muelle metálico helicoidal
1 Cinta elástica
1 Juego de pesas
1 Cronómetro

Figura 1

Fundamento Teórico

La deformación de un sólido sometido a fuerzas no sólo depende del tipo de material que lo constituye sino también de la intensidad y dirección de las fuerzas aplicadas sobre él. Así, por ejemplo, si las fuerzas sólo producen una pequeña deformación, suele ocurrir que el sólido recupere su forma original cuando deja de estar sometido a tales fuerzas. Se dice entonces que el material tiene un comportamiento elástico. En cambio, si las fuerzas sobrepasan un cierto valor crítico (denominado límite de elasticidad), el sólido quedará deformado incluso cuando ya no está sometido a fuerzas externas. Se dice entonces que el material tiene un comportamiento inelástico.

Ley de Hooke: Constante elástica de un muelle.

Un ejemplo sencillo de cuerpo elástico es el muelle metálico helicoidal. Consideremos, por ejemplo, un muelle de longitud *l* sujeto por su extremo superior, pero sometido a una fuerza de tracción en su extremo libre inferior. Siempre que no se sobrepase el límite de elasticidad, el alargamiento resultante del muelle, Δl, viene dado por la *ley de Hooke :*

$$F = k\,\Delta l \qquad (1)$$

Es decir, el alargamiento del muelle es proporcional a la fuerza de tracción *F.* La constante de proporcionalidad, *k*, se denomina *constante elástica* del muelle.

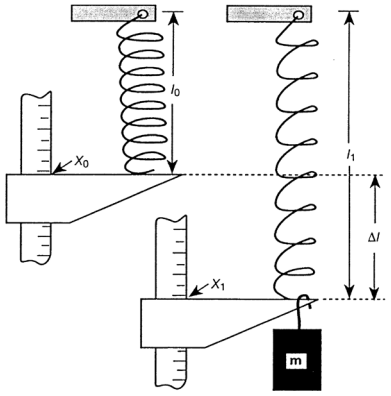

Figura 2

Para determinar el valor de dicha constante se puede seguir un procedimiento estático (directo) o un procedimiento dinámico (indirecto).

Procedimiento estático

El procedimiento estático está basado en la aplicación directa de la ley de Hooke (ecuación 1). En primer lugar, se determina la posición de equilibrio del muelle cuando en su extremo inferior sólo está suspendido el portapesas. Esta posición se toma como punto de referencia para medir alargamientos (es decir, en ella Δl=0). Se añade a continuación una masa *m* al portamasas y se mide el alargamiento Δl correspondiente. Añadiendo masas cada vez mayores podremos representar gráficamente la función $F = f(\Delta l)$.

Procedimiento dinámico

Cuando se suspende una masa *M* del muelle vertical, éste se estira por la acción del peso *Mg* hasta que se alcanza una posición de equilibrio. En esa posición, la fuerza recuperadora del muelle es igual al peso. Es decir

$$k\Delta l = Mg \qquad (2)$$

Supongamos que, mediante la aplicación de una fuerza adicional, producimos un nuevo alargamiento *x* y abandonamos el sistema. El alargamiento del muelle será $\Delta l + x$, y la fuerza recuperadora ejercida por el muelle sobre la masa será $-k(\Delta l + x)$. Por tanto, habrá una fuerza neta sobre la masa

$$F = Mg - k(\Delta l + x) = -kx \qquad (3)$$

Sustituyendo $F=Ma$ (segunda ley de Newton) en la expresión anterior, se obtiene

$$a = -(k/M)x \qquad (4)$$

De acuerdo con esta expresión, el objeto suspendido del muelle se mueve con una aceleración proporcional al desplazamiento, pero de sentido contrario. Esta propiedad es lo que caracteriza a todo movimiento armónico simple. Por tanto, la masa oscilará armónicamente con un periodo

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} \tag{5}$$

Salvo en el caso ideal de un muelle de masa nula, tendremos que considerar también alguna modificación que tenga en cuenta el hecho de que la masa del muelle también está sometida a un movimiento oscilatorio. Sin embargo, no es posible sumar simplemente la masa del muelle a la del cuerpo suspendido, porque no todas las partes del primero oscilan con la misma amplitud. Así, por ejemplo, la amplitud del extremo inferior del muelle es igual a la del cuerpo suspendido, mientras que la del extremo superior es nula. Por ello, para tener en cuenta el hecho de que la masa del muelle no es despreciable, debemos añadir a la masa M una fracción f (desconocida) de la masa del muelle, y escribir

$$a = -(k/[M+fm])x \tag{6}$$

o bien

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M + fm}{k}} \tag{7}$$

donde T es el periodo real determinado experimentalmente. La ecuación anterior también puede escribirse como

$$T^2 = (4\pi^2 fm/k) + (4\pi^2/k)M \tag{8}$$

Si repetimos la experiencia para distintos valores de M, y representamos gráficamente $T^2=f(M)$, la expresión anterior implica que debemos encontrar una recta. Midiendo la masa m del muelle en una balanza, podemos deducir entonces los valores de k y f.

Método experimental

Método estático:

a) Cuelgue únicamente el portapesas y determine la posición de equilibrio mediante la escala graduada vertical. A partir de este punto se realizarán las medidas de los alargamientos.

b) Ir aumentando paulatinamente el peso suspendido, $P=mg$, midiendo los alargamientos Δl correspondientes. Anotar los resultados en una tabla

c) Representar gráficamente $P=f(\Delta l)$

d) A partir de dicha gráfica, y aplicando el método de los mínimos cuadrados, determinar el valor de la constante elástica k a partir de la ecuación (1).

Método dinámico:

a) Determinar la masa m del muelle mediante una balanza

b) Cuelgue una masa (p.e. 50 gr) del extremo inferior del muelle. Una vez alcanzado el equilibrio, tire de la pesa suavemente hacia abajo, soltándola después.

c) Deje que la masa realice algunas oscilaciones, y cronometre después el tiempo t_N que emplea en efectuar un cierto número de oscilaciones completas (por ejemplo 20). Obtenga el valor del periodo T con su error.

d) Repita la operación para distintas masas y anote los resultados a una tabla

e) Represente gráficamente $T^2=f(M)$.

f) A partir de la gráfica y con ayuda de la ecuación (8), obtenga por mínimos cuadrados los valores de k y f con sus errores.

Cuestiones

1) Comparar los valores obtenidos para la constante elástica del muelle por los métodos estático y dinámico
2) Teóricamente, f=1/3, de forma que la masa efectiva del sistema oscilante es $M+m/3$. Compare este valor teórico con el resultado obtenido por usted.
3) ¿Se podría utilizar un muelle vertical, tal como el de esta práctica, para determinar el valor de la aceleración gravitatoria g? ¿Cómo?

NOTA : Incluya, el detalle de los cálculos efectuados para obtener los distintos resultados experimentales (junto con sus errores) de esta práctica.