PROBLEMAS RESUELTOS TEMAS 6 y 7

1. Un globo de helio se utiliza para elevar una carga de 110 N. El peso de la cubierta del globo es de 50 N y su volumen cuando está completamente hinchado es de 32 m³. La temperatura del aire es de 0 °C y la presión atmosférica es de 1 atm. El globo se infla con el gas helio suficiente para que la fuerza neta sobre él y su carga sea de 30 N. Despreciar los cambios de temperatura con la altura.

a) ¿Cuántos moles de gas helio contiene el globo?

b) ¿A qué altura el globo estará completamente hinchado?

a) Por el principio de Arquímedes, el peso del volumen de aire desalojado por el globo de ser igual al peso total (incluido el helio) del globo más la fuerza neta hacia arriba de 30 N:

$$110\ \text{N} + 50\ \text{N} + 30\ \text{N} + \rho_{helio} V_{helio}\, g = \rho_{aire} V_{aire}\, g \qquad [1]$$

Pero por ser un gas ideal a baja densidad se cumple:

$$P_{atm} V_{helio} = nRT_{273} \implies V_{helio} = \frac{n \cdot R \cdot 273}{1} = n \cdot 0.082 \times 10^{-3} \cdot 273\ \text{m}^3 \qquad [2]$$

donde se ha utilizado $P = 1$ atm y $R = 0.082\ \text{atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K} = 0.082 \times 10^{-3}\ \text{atm} \cdot \text{m}^3/\text{mol} \cdot \text{K}$

Buscamos (p.e. en el Tipler Ed. 4ª Cap. 13):

$$\rho_{helio} = 0.1786\ \text{kg/m}^3 \qquad \rho_{aire} = 1.293\ \text{kg/m}^3$$

Con la [1] y [2] calculamos:

$$190 + 0.1786 \cdot n \cdot 0.082 \times 10^{-3} \cdot 273 \cdot g = 1.293 \cdot n \cdot 0.082 \times 10^{-3} \cdot 273 \cdot g$$

$$190 + 0.0391 \cdot n = 0.283 \cdot n \implies n = 779\ \text{moles}$$

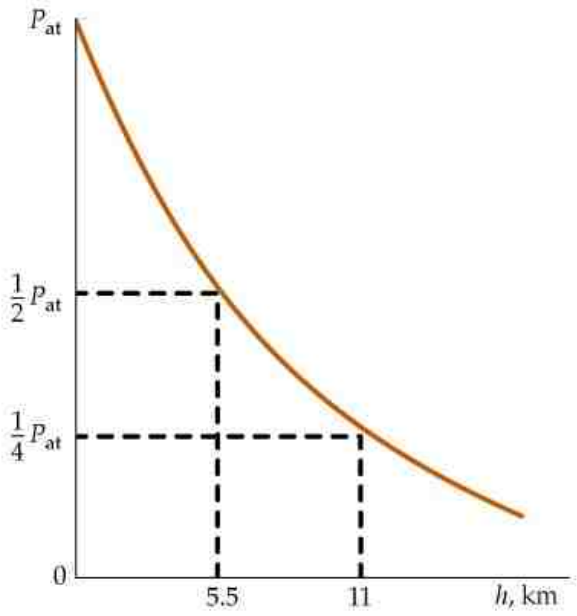
b) Vemos aplicando [2] que el volumen que ocupa el helio cuando el globo esta posado en el suelo:

$$V_{helio} = \frac{779 \cdot 0.082 \cdot 10^{-3} \cdot 273}{1} = 17.43\ \text{m}^3$$

Se debe cumplir, si *T* = *constante* (según el enunciado) que:

$$P\,V = P'\,V' \implies 1 \cdot 17.43 = P' \cdot 32 \implies P' = 0.5\ \text{atm}$$

Según la figura 13.8 del Tipler Ed. 4ª esto corresponde a una altura de 5.5 km aproximadamente, la presión del aire es la mitad del valor que tendría en la superficie del mar.


P_{at}
$\frac{1}{2}P_{at}$
$\frac{1}{4}P_{at}$
0
5.5
11
h, km

2.- ¿Qué cantidad de calor se desprende cuando 100 g de vapor de agua a 150 °C se enfrían y congelan produciendo 100 g de hielo a 0 °C. (Tomar para el calor específico del vapor el valor 2.01 kJ/ kg·K)

El calor será la contribución de 4 términos:

1º) El calor desprendido por el vapor (0.1 kg) al enfriarse de 150 ºC a 100 ºC.

2º) El calor desprendido al licuarse los 0.1 kg. de vapor.

3º) El calor desprendido por el agua al pasar de 100 ºC a 0 ºC.

4º) El calor desprendido por el agua al congelarse.

Utilizamos que el calor específico del vapor 2.01 kJ/kg·K son 0.48 kcal/kg·K:

(ya que por regla de tres):

$$\begin{array}{lll} 4.184\ \text{J} & \Longrightarrow & 1\ \text{cal} \\ 2.10\ \text{kJ} & \Longrightarrow & \text{x cal} \end{array}$$

Introducimos los datos en los 4 términos anteriores:

1º) Calor desprendido por el vapor:

$$m_{vapor} \cdot C_{vapor} \cdot (150 - 100) = 0.1\text{kg} \cdot 0.48(\text{kcal/kg°C}) \cdot 50\ \text{°C}$$

2º) Con el calor latente de vaporización del agua $L_V = 540\ \text{kcal/kg}$, el calor desprendido al licuarse el vapor es:

$$m_{vapor} L_V = 0.1kg \cdot 540\ \text{kcal/kg}$$

3º) Con el calor específico del agua: $C_{agua} = 1\ \text{kcal/kg°C}$ y notando que la masa del vapor es ahora la masa del agua, el calor desprendido por el agua al enfriarse es:

$$m_{agua} C_{agua}(100 - 0) = 0.1\text{kg} \cdot 1(\text{kcal/kg°C}) \cdot 100\text{°C}$$

4º) Con el calor latente de fusión $L_f = 79\ \text{kcal/kg}$, el calor desprendido por el agua al congelarse es:

$$m_{agua} L_f = 0.1\text{kg} \cdot 79\text{kcal/kg}$$

Sumando los 4 términos:

$Total = 74.3\ \text{kcal} = 310.57\ \text{kJ}$

3.- Si se vierten 500 g de plomo fundido a 327 °C dentro de una cavidad en un gran bloque de hielo a 0 °C ¿cuánto hielo se funde?

Como se supone que tenemos hielo de sobra (un gran bloque), todo el plomo primero se solidificará y luego bajará su temperatura hasta 0 ºC. Por ello, el calor cedido por el plomo al hielo será:

$$m_{Pb} \cdot \left(L_{f_{Pb}} + C_{Pb}(327 - 0)\right)$$

Se busca el calor latente de fusión y el calor específico del plomo en las tablas 19.1 y 19.2 del Tipler Ed. 4ª:

$$0.5\text{kg}(24.2\ \text{kJ/kg} + 0.128\ (\text{kJ/kgK}) \cdot 327\text{K}) = 33.5\ \text{kJ}$$

Este calor se empleará en fundir "*x*" kg de hielo. Debemos usar el L_f (calor latente de fusión del hielo) L_f = 333.5 kJ/kg

$$33.5\ \text{kg} = \text{x} \cdot 333.5\ \text{kJ/kg}$$

Se obtiene:

$$x = 0.1\ \text{kg} = 100\ \text{g}$$

Hay un detalle en el problema que conviene aclarar. Hemos supuesto que el calor cedido por el plomo se distribuye lo suficientemente rápido por el hielo para que éste se funda y no aumente su temperatura (una vez convertido en agua). Esa rápida distribución del calor no ocurriría realmente y habrían partes de hielo que, una vez fundidas a agua, podrían calentarse e incluso vaporizarse. Por esto, en una situación real, la cantidad de hielo fundido sería menor que los 100 g *hallados.*

4.- Un coche de 1400 kg que viaja a 80 km/h se detiene aplicando los frenos. Si el calor específico del acero es 0.11 cal/g·K ¿cuál debe ser la masa total de acero contenida en los tambores de freno para que su temperatura no se eleve más de 120 °C?

La energía cinética del coche se convertirá en calor *Q*:

$$E_C = \frac{1}{2}\, mv^2 = Q$$

(Pasar 80 Km/h a m/s)

$$Ec = \frac{1}{2}\, 1400 \cdot \left(\frac{80}{3.6}\right)^2 = 345.68\ \text{kJ} = Q$$

Ahora, este calor *Q* elevará la temperatura del acero de los frenos:

Convertimos:

$$0.11\ \text{cal/g} \cdot \text{K} = 0.11 \cdot 4.184\ \text{J/g} \cdot \text{K} = 0.11 \cdot 4.184\ \text{kJ/kg} \cdot \text{K}$$

Ahora:

$$Q = m \cdot 0.11 \cdot 4.184\ (\text{kJ/kg} \cdot \text{K}) \cdot (120\text{K})$$

Con el valor de *Q* hallado antes, igualamos y despajamos la masa *m* de los frenos:

$$m = \frac{345679}{55228} = 6.25\ \text{kg}$$

5.- Un trozo de hielo de 200 g a 0 °C se introduce en 500 g de agua a 20 °C. El sistema se encuentra en un recinto de capacidad calorífica despreciable y aislado de sus alrededores:

a) ¿Cuál es la temperatura final de equilibrio del sistema?

b) ¿Qué cantidad de hielo se funde?

Como el recinto está aislado puede ocurrir que se funda todo el hielo o que no se funda. Lo que hará que se funda el hielo será el calor contenido en los 500 g de agua:

$$Q = 0.5\ \text{kg} \cdot 4.18\ (\text{kJ/kg} \cdot \text{K}) \cdot (20 - 0) = 41.8\ \text{kJ}$$

Es decir, en 500 g de agua a 20 ºC hay 41.8 kJ que fundirán una cantidad de hielo. Usando el calor latente de fusión del hielo L_f = 333.5 kJ/kg:

$$41.8\ kJ = m_{hielo} \cdot 333.5\ (\text{kJ/kg})$$

Obtenemos:

$$m_{hielo} = \frac{41.8}{333.5} = 0.125\ \text{kg}$$

Esto es, de los 200 g de hielo que introdujimos sólo se fundirán 125 g.

Ya que en el recinto tenemos, en equilibrio térmico, una mezcla de agua y hielo sin fundir entonces la temperatura final de la mezcla será 0 °C.

Hemos tenido que responder antes a la pregunta b) para poder responder a la pregunta a).

6.- Un trozo de cobre de 100 g se calienta en un horno a una temperatura *t*. Se introduce luego el cobre en un calorímetro de cobre de 150 g que contiene 200 g de agua. La temperatura inicial del agua y el calorímetro es 16 °C y la temperatura final después de que se establezca el equilibrio es 38 °C. Cuando se pesan el calorímetro y su contenido se encuentra que se han evaporado 1.2 g de agua ¿Cuál era la temperatura *t*?

El calor cedido por el cobre al pasar de *t* ºC a 38 ºC será absorbido por el calorímetro, por el agua y por los 1.2 g que se evaporan:

Buscamos en la tabla 19.1 del Tipler (Ed.4ª): $C_{Cu} = 0.0923 \frac{\text{kcal}}{\text{kg·K}}$

Igualamos: $Q_{cedido} = Q_{absorbido}$ (ponemos las masas en kg, utilizamos que el calor específico del agua es $C_{agua} = 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg·K}}$ y que el calor latente de vaporización del agua L_v = 540 kcal/kg):

$$0.1 \cdot 0.0923 \cdot (t - 38) = 0.15 \cdot 0.0923 \cdot (38 - 16) + 0.2 \cdot 1 \cdot (38 - 16) + 0.0012 \cdot 540$$

Despejando:

$$t = 617.91 \text{ °C}$$

En el balance de calor absorbido no se ha tenido en cuenta que para vaporizar 1.2 g de agua primero habría que calentarlos hasta 100 °C. Sin embargo, esta cantidad de energía:

$$0.0012 \cdot 1 \cdot (100 - 38) = 0.0744 \text{ kcal}$$

es muy pequeña frente a los términos restantes del balance energético.

7.- Un recipiente calorimétrico de aluminio de 200 g contiene 500 g de agua a 20 °C. Se calientan a 100 °C virutas de aluminio de 300 g de masa y luego se introducen en el calorímetro:

a) Utilizando el valor del calor específico del aluminio de 0.215 kcal/kg·K, hallar la temperatura final del sistema suponiendo que no se pierde calor hacia el entorno.
b) El error debido a la transferencia de calor hacia o desde el entorno, puede reducirse al mínimo si se escoge la temperatura inicial del agua y del calorímetro de forma que esté a $\Delta t_a/2$ por debajo de la temperatura ambiente. Aquí Δt_a es la variación de temperatura del calorímetro y del agua durante el proceso. Entonces la temperatura final estará a $\Delta t_a/2$ por encima de la temperatura ambiente. ¿Cuál deberá ser la temperatura inicial del agua y del recipiente si la temperatura ambiente es 20 °C?

a) El calor cedido por los 300 g de virutas de aluminio será absorbido por el calorímetro y el agua (200 g de virutas de aluminio + 500 g de agua):

$$0.3 \cdot C_{Al} \cdot (100 - t_f) = 0.2 \cdot C_{Al} \cdot (t_f - 20) + 0.5 \cdot C_{agua} \cdot (t_f - 20)$$

Buscamos en la tabla del Tipler 18.1 (Ed. 4ª) el calor específico del aluminio:

TABLA 18.1 Calores específicos y calores molares de algunos sólidos y líquidos

Sustancia	c, kJ/kg·K	c, kcal/kg·K o Btu/lb·F°	c′, J/mol·K
Agua	4,18	1,00	75,2
Alcohol etílico	2,4	0,58	111
Aluminio	0,900	0,215	24,3
Bismuto	0,123	0,0294	25,7
Cobre	0,386	0,0923	24,5
Hielo (–10 °C)	2,05	0,49	36,9
Mercurio	0,140	0,033	28,3
Oro	0,126	0,0301	25,6
Plata	0,233	0,0558	24,9
Plomo	0,128	0,0305	26,4
Tungsteno	0,134	0,0321	24,8
Vidrio	0,840	0,20	–
Zinc	0,387	0,0925	25,2

$$C_{Al} = 0.215 \frac{\text{kcal}}{\text{kgK}}$$

$$0.3 \cdot 0.215 \cdot (100 - t_f) = 0.2 \cdot 0.25 \cdot (t_f - 20) + 0.5 \cdot 1 \cdot (t_f - 20)$$

Y despejamos:

$$t_f = 28.6\ ^\circ\text{C}$$

b) Nos dicen que el proceso se simula mejor si la temperatura inicial del agua y del calorímetro está a $\Delta t_a/2$ por debajo del ambiente (20 °C). Como $\Delta t_a = 28.5 - 20 = 8.5\ °C$ es la variación de temperatura del calorímetro y del agua en el proceso, entonces $\Delta t_a/2 = 4.3\ °C$. Luego la temperatura inicial del calorímetro y del agua debería ser:

$$20 - 4.3 = 15.7\ °C$$

8.- Un mol de un gas ideal inicialmente a 1 atm y *0 ℃* se comprime isotérmicamente y cuasiestáticamente hasta que su presión es de *2 atm*. Calcular:

a) El trabajo necesario para llevar a cabo esta compresión y

b) El calor eliminado del gas durante la compresión.

a) El trabajo isotermo viene dado por:

$$W_{isot} = nRT \ln \frac{V_2}{V_3} = 1 \text{ mol} \cdot 8.314 \left(\frac{\text{J}}{\text{molK}}\right) \cdot 273\ K \cdot \ln 0.5 = -1.573 \text{ kJ}$$

donde se ha utilizado que:

$$\frac{V_2}{V_1} = 0.5 \quad \Longrightarrow \quad \ln 0.5 = -0.693$$

ya que, como la temperatura es constante, se cumple la ley de Boile $P_1V_1 = P_2V_2$ y si la presión se duplica el volumen se reduce a la mitad.

W_{isot} es negativo como corresponde a una compresión según el criterio de signos estudiado.

b) La energía interna no ha variado ya que la temperatura es constante. Esto es:

$\Delta U = 0$, y como por el primer principio $Q = \Delta U + W$, tenemos:

$$Q = W = -1.573 \text{ kJ}$$

que es un calor es negativo porque sale del sistema (como corresponde al criterio de signos estudiado).

9.- Para inflar una rueda de una bicicleta se emplea una bomba de mano siendo la presión manométrica final 482 kPa. ¿Cuánto trabajo deberá realizarse si cada embolada es un proceso adiabático? La presión atmosférica es de 1 atm, la temperatura inicial del aire es 20 ℃ y el volumen del aire dentro de la rueda permanece constante a igual a 1 L.

La presión absoluta es la presión atmosférica más la presión manométrica:

$$P_f = 101\ \text{kPa} + 482\ \text{kPa} = 583\ \text{kPa} = 5.77\ \text{atm}$$

donde se ha utilizado $101\ \text{kPa} = 1\ \text{atm}$

Esta presión es la presión final en el proceso adiabático de inflado, puesto que la presión inicial es la atmosférica (del exterior de la rueda).

Por la ecuación de Poisson para procesos adiabáticos:

$$P_i V_i^{\gamma} = P_f V_f^{\gamma} \quad \Longrightarrow \quad V_i = V_f \left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{1/\gamma} \quad \Longrightarrow \quad V_i = 1\left(\frac{583}{101}\right)^{1/1.4} = \left(\frac{583}{100}\right)^{0.714} = 3.5\ \text{L}$$

Debido a que el aire es un gas diatómico hemos tomado $\gamma = 1.4$

El trabajo adiabático se puede calcular a partir de la ecuación:

$$W_{adiab} = \frac{P_i V_i - P_f V_f}{\gamma - 1} = \frac{(3.5\ L \cdot 1\ \text{atm}) - (1\ L \cdot 5.77\ \text{atm})}{0.4} = -5.67\ \text{atmL} = -573.175\ \text{J}$$

donde se ha utilizado que: $1\ \text{atmL} = 101\ \text{J}$

El trabajo obtenido es negativo como corresponde a una compresión según el criterio de signos estudiado.

10.- Si el volumen de un sistema permanece constante mientras experimenta variaciones de temperatura y presión, explicar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) La energía interna del sistema no varía.
b) El sistema no realiza trabajo.
c) El sistema no absorbe calor.
d) La variación de energía interna del sistema es igual al calor absorbido por el sistema.

a) Falso. Si la temperatura varía, entonces la energía interna ΔU varía.

b) Verdadero. Si el volumen es constante tenemos $dV = 0 \implies dW = P \cdot dV = 0$

c) Falso. Por el primer principio $Q = \Delta U + W$. Pero como por el apartado b) sabemos $W = 0$ y por el apartado a) sabemos $\Delta U \neq 0$, entonces $Q = \Delta U$

d) Verdadero. Está explicado en el apartado c).

11.- Una máquina con el 20 % de rendimiento realiza un trabajo de 100 *J* en cada ciclo:

a) ¿Cuánto calor absorbe en cada ciclo?

b) ¿Cuánto calor devuelve en cada ciclo?

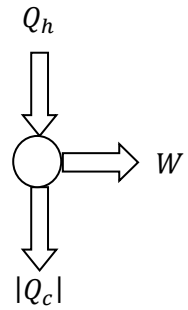
a) Por definición:

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_h} = \frac{100}{Q_h} = 0.2$$

Luego:

$$Q_h = \frac{100}{0.2} = 500\ \text{J}$$

b) El esquema de una máquina térmica es el siguiente:



Por el primer principio:

$$Q_h = W + |Q_c|$$

Tenemos:

$$|Q_c| = Q_h - W = 500 - 100 = 400\ \text{J}$$

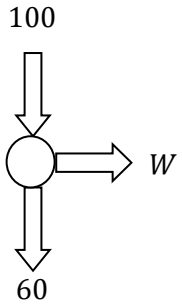
que se devuelven a foco frío.

12.- Una máquina absorbe100 J y cede 60 J en cada ciclo.

a) ¿Cuál es el rendimiento?

b) Si recorre un ciclo en 0.5 s, ¿cuál es la potencia de la máquina en vatios? .

a)



$$W = 100 - 60 = 40 \text{ J}$$

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_h} = \frac{40}{100} = 0.4 \quad \Longrightarrow \quad 40\%$$

b)

$$P = \frac{W}{t} = \frac{40}{0.5} = 80 \text{ W}$$

13.- Un motor extrae 250 J de un foco a 300 K y elimina 200 J a otro foco a 200 K.

a) ¿Cuál es su rendimiento?

b) ¿Qué cantidad de trabajo podría haberse obtenido si el motor fuera reversible?

a) Por definición:

$$\varepsilon = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{200}{250} = 1 - 0.8 = 0.2 \quad \Longrightarrow \quad 20\%$$

b) Si el motor fuera reversible hubiera cumplido las condiciones de un ciclo de Carnot y su rendimiento seria:

$$\varepsilon_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{200}{300} = 1 - 0.\hat{6} = 0.\hat{3} \quad \Longrightarrow \quad 33.\hat{3}\%$$

Según el apartado a) se realiza un trabajo de:

$$W = \varepsilon \cdot Q_h = 0.2 \cdot 250 = 50 \text{ J}$$

Según el apartado b) se podría haber realizado un trabajo de:

$$W_{max} = \varepsilon \cdot Q_h = 0.33 \cdot 250 = 83.3 \text{ J}$$

Es evidente que $83.3 \text{ J} > 50 \text{ J}$ debido al mejor rendimiento de una máquina Carnot.

14.- Una máquina de Carnot trabaja entre dos focos térmicos a temperaturas T_h = 300 K y T_c = 200 K.

a) ¿Cuál es su rendimiento?
b) Si absorbe 100 J del foco caliente durante cada ciclo, ¿cuánto trabajo realiza?
c) ¿Cuánto calor cede durante cada ciclo?
d) ¿Cuál es el coeficiente de eficacia de la máquina cuando trabaja como un refrigerador entre estos dos focos?

a)

$$\varepsilon_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - 0.\hat{6} = 0.\hat{3} \quad \Longrightarrow \quad 33.\hat{3}\%$$

b)

$$W = \varepsilon \cdot Q_h = 0.33 \cdot 100 = 33.\hat{3}\ \text{J}$$

c)

$$|Q_c| = Q_h - W = 100 - 33.\hat{3} = 66.\hat{6}\ \text{J}$$

d) Coeficiente de eficacia cumple:

$$\eta = \frac{Q_c}{W} = \frac{66.\hat{6}}{33.\hat{3}} = 2$$

15.- Explicar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) El trabajo no puede convertirse totalmente en calor.
b) El calor no puede convertirse totalmente en trabajo.
c) Todas las máquinas térmicas tienen el mismo rendimiento.
d) Es imposible transmitir una determinada cantidad de calor de un foco frío a un foco caliente.
e) El coeficiente de eficacia de un refrigerador no puede ser mayor que la unidad.
f) Todas las máquinas de Carnot son reversibles.
g) La entropía de un sistema nunca puede decrecer.
h) La entropía del universo no puede decrecer.

a) Falso. Por ejemplo en el rozamiento ocurre esto.

b) Verdadero. Es un enunciado del 2º principio de la termodinámica.

c) Falso. Cada una tiene el suyo.

d) Falso. Pero hay que emplear un trabajo; si en la frase se dijera que transmisión fuera espontanea (sin trabajo introducido) seria verdadero.

e) Falso. Sin embargo η no puede ser muy grande (> 5 ó 6) ya que eso implicaría que, como $\eta = \frac{|Q_c|}{W}$, entonces W tendería a cero ($\eta \to \infty$) y no costaría esfuerzo sacar calor de un foco frío para meterlo en uno caliente, luego sería factible de forma espontanea, lo cual violaría en 2º principio de la termodinámica.

f) Verdadero. Por propia definición una maquina de Carnot es reversible.

g) Falso. Puede decrecer a costa de hacer crecer más la entropía de otro sistema de modo que la entropía de ambos siempre crezca. Por ejemplo, los organismos vivos decrecen su entropía (se llama negentrópicos) a costa de hacer crecer el desorden de la tierra (consumen alimentos y los procesan).

h) Verdadero. Esto es la forma microscópica del 2º principio de termodinámica.

16.- Desde un generador de vapor debe transmitirse calor al agua hirviendo a un ritmo de 3 GW. El agua hirviendo circula a través de tuberías de cobre de paredes de 4.0 mm de espesor y de área superficial igual 0.12 m² por metro de longitud de tubería. Calcular la longitud total de la tubería (realmente se disponen muchas tuberías en paralelo) que debe atravesar el horno si la temperatura del vapor (dentro de la tubería) es de 225 °C y la temperatura en el exterior de la tubería (en el horno) es de 600 °C.

A partir de la ecuación de proporcionalidad de la corriente térmica *I* con respecto al gradiente de temperatura, sabemos:

$$I = kA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

donde *A* es la sección, ΔT es el incremento de temperatura, Δx es la longitud y *k* es la conductividad térmica, tenemos:

$$A = \frac{I \cdot \Delta x}{K \cdot \Delta T}$$

Según los datos del enunciado, tomaremos:

Corriente o intensidad térmica: $I = 3 \cdot 10^9$ W

Longitud de conducción (espesor de la pared de cobre): $\Delta x = 4$ mm $= 4 \cdot 10^{-3}$ m

Incremento de temperatura interior-exterior: $\Delta T = 600 - 225 = 375$ °C

Conductividad térmica del cobre: $k_{Cu} = 401 \frac{\text{W}}{\text{m·K}}$

Nos queda que la sección transversal de tubo cobre, debe ser::

$$A = \frac{3 \times 10^9 \cdot 4 \times 10^{-3}}{401 \cdot 375} = 79.8 \text{ m}^2$$

Y como tenemos de superficie lateral 0.12 m² por cada metro de cobre, habrá una longitud *L* de tubo de cobre dentro del horno de:

$$L = \frac{A}{0.12} = \frac{79.8}{0.12} = 665 \text{ m}$$

17.- Los cables de calefacción de una estufa eléctrica de 1 kW, se encuentran al rojo a una temperatura de 900 °C. Suponiendo que el 100% del calor emitido es debido a la radiación y que los cables actúan como radiadores ideales (cuerpo negro), ¿cuál es el área efectiva de la superficie radiante?. (Suponer que la temperatura ambiente es de 20 °C).

El área efectiva de la superficie radiante es determinada por la ley de Stefan-Boltzmann:

$$A = \frac{P}{e \cdot \sigma(T^4 - T_0^4)} = \frac{10^3}{1 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (1173^4 - 293^4)} = 9.35 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2$$

La emisividad $e = 1$ ya que los cables se suponen como un cuerpo negro ideal.

$1173\ \mathrm{K} = 273 + 900\ ℃$

$293\ \mathrm{K} = 273 + 20\ ℃$

18.- Preparas una taza de café caliente a 90 °C y la dejas sobre una mesa en una habitación que está a una temperatura ambiente constante de 20 °C. Después de 5 minutos, notas que el café se ha enfriado hasta los 70 °C. ¿Qué temperatura tendrá el café después de 15 minutos en total?

La **ley de enfriamiento de Newton** establece que la rapidez con la que cambia la temperatura de un objeto es proporcional a la diferencia entre su propia temperatura y la temperatura del ambiente que lo rodea.

La fórmula general es:

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}$$

Donde:

- $T(t)$: Temperatura del objeto en un tiempo t.
- T_a: Temperatura ambiente (constante).
- T_0: Temperatura inicial del objeto.
- k: Constante de enfriamiento (depende del material y del entorno) en min^{-1}.
- t: Tiempo transcurrido.

Datos:

- Temperatura inicial (T_0) = 90 °C
- Temperatura ambiente (T_a) = 20 °C
- A los $t = 5$ min, la temperatura $T(5)$ = 70 °C

Calculamos la constante de enfriamiento (k):

Sustituimos T_0 y T_a en la fórmula principal:

$$T(t) = 20 + (90 - 20)e^{-kt}$$

$$T(t) = 20 + 70e^{-kt}$$

Usamos el dato de los 5 minutos ($T(5) = 70$) para despejar k:

$$70 = 20 + 70e^{-5k}$$

Restamos 20 en ambos lados:

$$50 = 70e^{-5k}$$

Dividimos entre 70:

$$\frac{50}{70} = e^{-5k} \Longrightarrow \frac{5}{7} = e^{-5k}$$

Aplicamos logaritmo natural (ln) a ambos lados para bajar el exponente:

$$\ln\left(\frac{5}{7}\right) = -5k$$

Despejamos k:

$$k = -\frac{\ln(5/7)}{5} \approx 0.0673 \text{ min}^{-1}$$

Calculamos la temperatura a los 15 minutos:

Ahora que conocemos k, evaluamos la fórmula para $t = 15$:

$$T(15) = 20 + 70e^{-(0.0673)(15)}$$

$$T(15) = 20 + 70e^{-1.0095}$$

$$T(15) = 20 + 70(0.3644)$$

$$T(15) = 20 + 25.51 = \mathbf{45.51}\ ^\circ\text{C}$$

Después de 15 minutos, el café estará a aproximadamente **45.5 °C**.